ENGINEERING PRIVATE BATCH

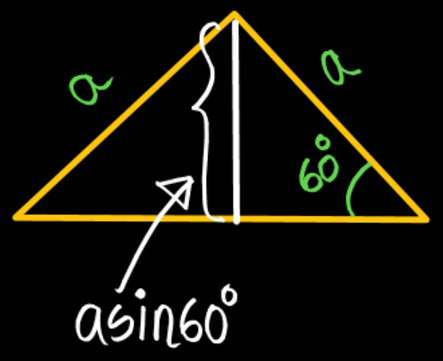
Physics 1st Paper

Chapter 04: Newtonian Mechanics

Lecture: 06

গাণিতিক সমস্যা

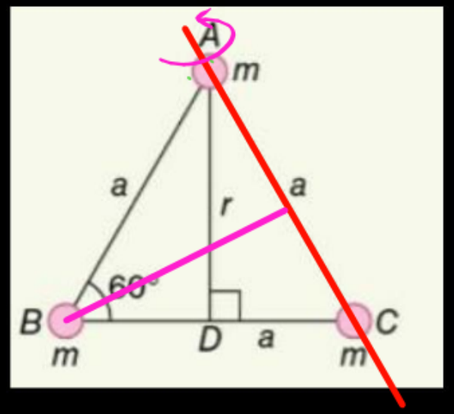
a দৈর্ঘ্যের একটি সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর প্রতিটিতে m ভরের একটি করে বস্তুকণা রাখা আছে। যে-কোনো একটি বাহু সাপেক্ষে সংস্থাটির জড়তা ভ্রামক কত?



$I = mr^2$

$= m \times (a\sin 60^\circ)^2$

$I = \frac{3}{4} ma^2$



Ans: $\frac{3}{4} ma^2$

গাণিতিক সমস্যা

মোট গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

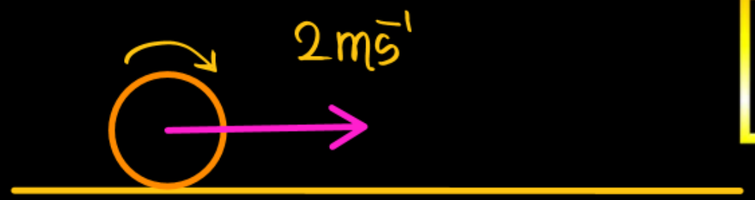
$32.8 = \frac{1}{2}\times 10\times 2^2 + \frac{1}{2}I\times\left(\frac{2}{0.5}\right)^2$

$I = 1.6$

$mK^2 = 1.6$

$K = \sqrt{\frac{1.6}{10}} = 0.4\ m$

10 kg ভর ও 0.5 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বস্তু 2 m/s গতিবেগে একটি অনুভূমিক সমতল বরাবর সমবেগে গড়াচ্ছে। বস্তুটির মোট গতিশক্তি $\boxed{32.8\ J}$ বস্তুটির চক্রগতির ব্যাসার্ধ কত?

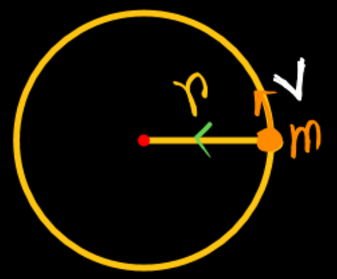


Ans: 0.4 m

গাণিতিক সমস্যা

m ভরের একটি বস্তুকণা r ব্যাসার্ধ্যের এক অনুভূমিক বৃত্তে $-\frac{k}{r^2}$ (k = ধ্রুবক) অভিকেন্দ্র বলের প্রভাবে ঘুরছে। বস্তুকণার মোট গতিশক্তি কত?

Ans: $\frac{k}{2r}$



$$F_c = \frac{k}{r^2}$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{k}{r^2}$$

$$mv^2 = \frac{k}{r}$$

$$\therefore \frac{1}{2}mv^2 = \frac{k}{2r}$$

$$\frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \times mr^2 \times \frac{v^2}{r^2}$$

$$= \frac{1}{2}mv^2$$

গাণিতিক সমস্যা

$$\tau = RF = I\alpha$$

$$f = \frac{I\alpha}{R} \quad ; \alpha = a/R$$

$$f = \frac{Ia}{R^2}$$

$$\Sigma F = ma$$

$$mg\sin\theta - f = ma$$

$$mg\sin\theta - \frac{Ia}{R^2} = ma$$

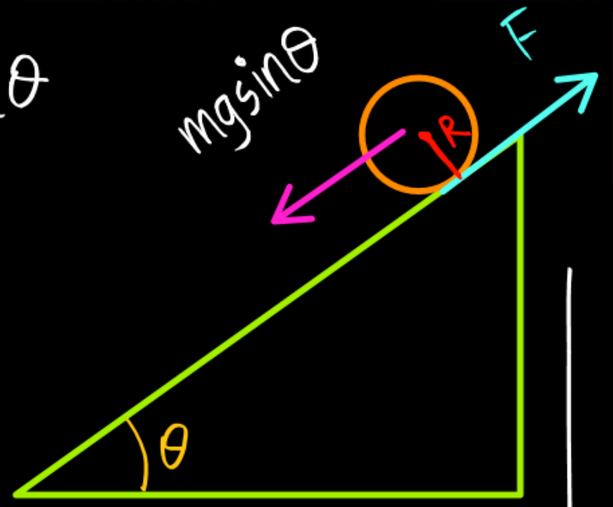
$$a\left(m + \frac{I}{R^2}\right) = mg\sin\theta$$

$$a = \frac{mg\sin\theta}{m + \frac{I}{R^2}}$$

$$a = \frac{mg\sin\theta}{m\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right)}$$

$$a = \frac{g\sin\theta}{1 + \frac{I}{mR^2}}$$

M ভর ও R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকাকার বস্তুর জড়তার ভ্রামক I। বস্তুটি θ নতিকোণবিশিষ্ট একটি নততল বরাবর না পিছলে গড়িয়ে পড়ছে। বস্তুটির ত্বরণ কত হবে?



Ans: $a = \frac{g\sin\theta}{1+\frac{I}{MR^2}}$

slip করে নিচে পড়লে, $g\sin\theta$ ত্বরণে নিচে পতিত হয়

গাণিতিক সমস্যা

একটি ইস্পাতের ড্রিল মিনিটে 180 বার আবর্তন করে একটি ইস্পাতের পাত ছিদ্র করছে। ড্রিল ও পাতের মোট ভর 180 g। যদি যান্ত্রিক শক্তি সম্পূর্ণভাবে তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয় এবং প্রতি সেকেন্ডে ব্লকের তাপমাত্রা 0.5°C বৃদ্ধি পায় তবে ড্রিলের ক্ষমতা এবং কার্যকর টর্কের মান নির্ণয় করো। (ইস্পাতের আপেক্ষিক তাপ $449\ Jkg^{-1}K^{-1}$

$\omega = 180\ rpm$

$= \frac{180 \times 2\pi}{60}\ rad s^{-1}$

$\omega = 6\pi\ rad s^{-1}$

$m = 0.18\ kg$

$\Delta\theta = 0.5°C$

$S = 449\ Jkg^{-1}K^{-1}$

মোট যান্ত্রিক শক্তি = উৎপন্ন তাপশক্তি

$= 0.18 \times 449 \times 0.5$

$= 40.41\ J$

মোট ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = 40.41\ Watt$

$P = 40.41$

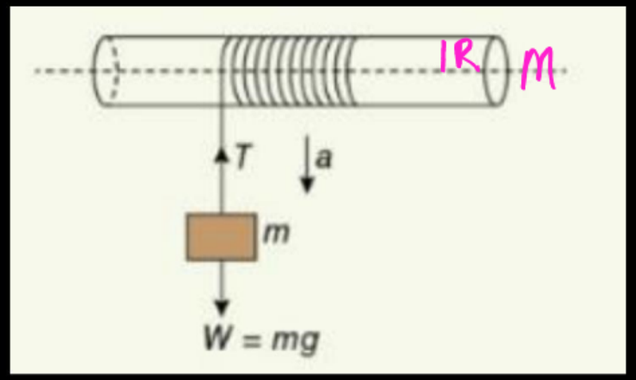
$\tau\omega = 40.41$

$\tau = \frac{40.41}{6\pi}$

$\tau = 2.14\ Nm$

গাণিতিক সমস্যা

M ভর এবং R ব্যাসার্ধের একটি নিরেট চোঙ অনুভূমিক অক্ষ সাপেক্ষে ঘুরতে পারে। একটি দীর্ঘ হালকা সুতো চোঙের ওপর জড়িয়ে এর মুক্তপ্রান্তে m ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দেওয়া হল। ভরটিকে স্থির অবস্থা থেকে ছাড়া হলে এর ত্বরণ কত? সুতোর টান নির্ণয় করো



চোঙের উপর প্রযুক্ত টর্ক

$$\tau = TR = I\alpha$$

$$T = I \times \frac{a}{R^2}$$

$$= \frac{1}{2}MR^2 \times \frac{a}{R^2}$$

$$T = \frac{1}{2}Ma$$

$$\Sigma F = ma$$

$$mg - T = ma$$

$$mg - \frac{1}{2}Ma = ma$$

$$a\left[m + \frac{1}{2}M\right] = mg$$

$$\boxed{a = \frac{mg}{m + \frac{1}{2}M}}$$

$$T = mg - ma$$

$$= mg - \frac{m \cdot mg}{m + \frac{1}{2}M}$$

$$= \frac{(2m + M)mg - 2m^2g}{2m + M}$$

$$T = \frac{Mmg}{2m + M}$$

Ans: $T = \frac{Mmg}{M+2m}$

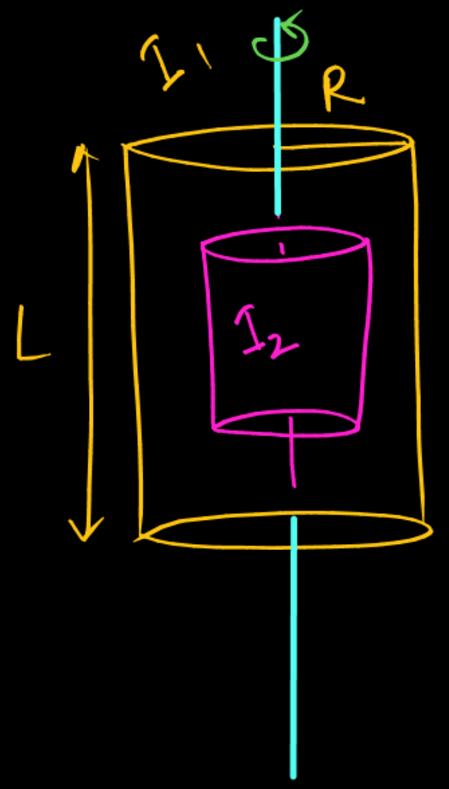
MCQ

$$I_1 = \frac{1}{2} M R^2$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \rho \times \pi R^2 L \times R^2$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \rho \times \pi \left(\frac{R}{2}\right)^4 \times \frac{L}{2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R^4 L}{R^4 L \times \frac{1}{2^5}} = 2^5$$



একটি নিরেট সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ্য R এবং দৈর্ঘ্য L। সিলিন্ডারটির অক্ষের সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক I_1। R'= $\frac{R}{2}$ ব্যাসার্ধ্যের ও $L' = \frac{L}{2}$ দৈর্ঘ্যের সমকেন্দ্রীক অপর একটি সিলিন্ডার পূর্বের সিলিন্ডারটি থেকে কেটে নেওয়া হলো। যদি কেবল কেটে নেওয়া অংশটির জড়তার ভ্রামক I_2 হয়, তাহলে $\frac{I_1}{I_2}$ =?

a) $\frac{1}{8}$

b) 8

c) 32

d) $\frac{1}{32}$

MCQ

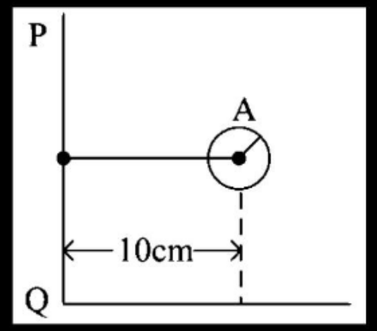
$$I = \frac{2}{5}mr^2 + m\times(10)^2$$

$$mK^2 = \frac{2}{5}m(5)^2 + m\times 10^2$$

$$K^2 = 10 + 100$$

$$K = \sqrt{110} = \sqrt{x}$$

$$\therefore x = 110$$



একটি নিরেট গোলক A একটি অক্ষ PQ এর সাপেক্ষে ঘুরছে। যদি গোলকটির ব্যাসার্ধ্য 5cm হয়, তাহলে PQ এর সাপেক্ষে এর চক্রগতির ব্যাসার্ধ্য $\sqrt{x}$ হয়। x এর মান কতো?

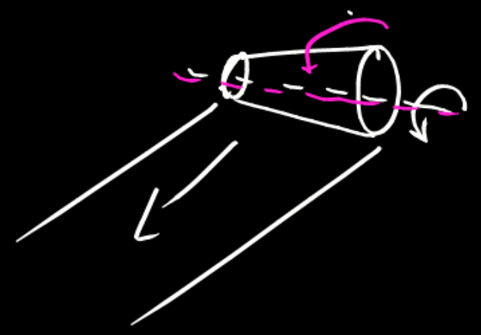
a) 10

b) 88

c) 75

d) 110 ✓

MCQ



$\frac{2}{5} m r^2 = m k_s^2$

$\frac{1}{2} m r^2 = m k_c^2$

$k_c = \frac{r}{\sqrt{2}}$

$k_s = \sqrt{\frac{2}{5}}\, r$

$\frac{k_s}{k_c} = \frac{\sqrt{2/5}}{1/\sqrt{2}}$

$= \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore x = 5$

একই ভরের একটি নিরেট গোলক ও একটি নিরেট সিলিন্ডার একটি আনুভূমিক তলের ওপর স্লিপ না করে গড়িয়ে গড়িয়ে যাচ্ছে। তাদের চক্রগতির ব্যাসার্ধ্যের অনুপাত যথাক্রমে $(k_{sph} : k_{cyl}) = 2 : \sqrt{x}$। x এর মান কতো?

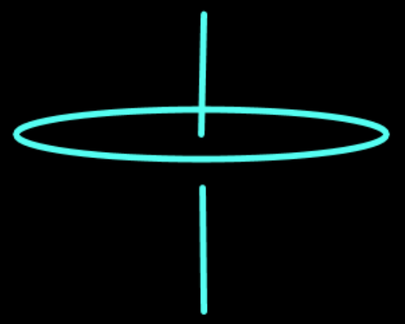
a) 1

b) 8

c) 2

d) 5

MCQ



$$MR^2 = \frac{1}{x} MR^2$$

$$\therefore x = 1$$

একটি অর্ধবৃত্তাকার রিং এর কেন্দ্রগামী ও এর তলের সাথে লম্ব বরাবর অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক $\frac{1}{x}MR^2$, যেখানে R হচ্ছে ব্যাসার্ধ্য ও M হচ্ছে অর্ধবৃত্তাকার রিং এর ভর। x এর মান কতো?

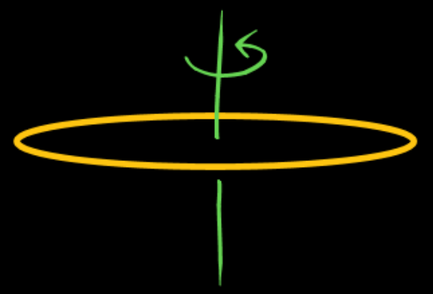
a) 1

b) 4

c) 9

d) 23

MCQ



$K_R = r_R$

$K_S = \sqrt{\frac{2}{5}}\, r_S$

$K_R = K_S$

$r_R = \sqrt{\frac{2}{5}}\, r_S$

$\frac{r_R}{r_S} = \sqrt{\frac{2}{5}}$ → x

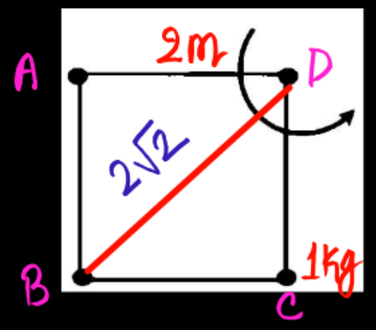
একটি রিং ও একটি নিরেট গোলক তাদের নিজেদের কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে যেখানে তাদের চক্রগতির ব্যাসার্ধ্য সমান। রিংএর ঘুর্ণন অক্ষ এর তলের সাথে লম্বভাবে অবস্থান করে। রিং ও গোলকের ব্যাসার্ধ্যের অনুপাত $\sqrt{\frac{2}{x}}$ হলে x এর মান কতো?

a) 4

b) 11

c) 3

d) 5 ✓



2m বাহুবিশিষ্ট বর্গের চারটি শীর্ষবিন্দুতে 1kg ভরের চারটি বস্তু অবস্থান করছে। তলটির সাথে লম্ব ও যেকোনো একটি শীর্ষবিন্দুগামী অক্ষের সাপেক্ষে সিস্টেমটির জড়তার ভ্রামক কতো kgm^2?

a) 10

b) 12

c) 14

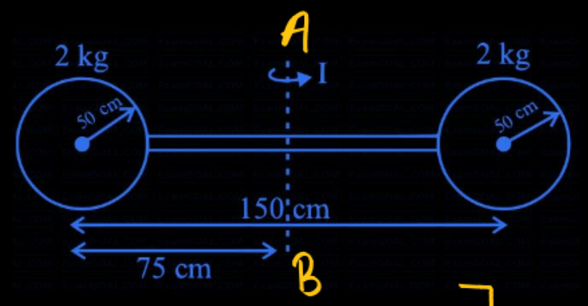
d) 16

D বিন্দুর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক

$= 1\times(2)^2 + 1\times(2)^2 + 1\times(2\sqrt{2})^2$

$= 16$

MCQ



$$I_{AB} = \left[\frac{2}{5}\times 2\times(0.5)^2 + 2\times(0.75)^2\right]\times 2$$

$$= 2.65 = \frac{x}{20}$$

$$\therefore x = 53$$

দুটি একইরকম গোলক একটি হালকা রডের দুই প্রান্তে এমনভাবে যুক্ত যেন গোলকদুটির কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 150cm। গোলকদুটির প্রতিটির ভর 2kg ও ব্যাসার্ধ্য 50cm। রডটির ঠিক মধ্যবিন্দুগামী ও রডের তলের সাথে লম্বভাবে অবস্থিত অক্ষের সাপেক্ষে সিস্টেমটির জড়তার ভ্রামক $\frac{x}{20} kgm^2$ হলে x এর মান কতো?

a) 66

b) 48

c) 53

d) 21

কৌণিক ভরবেগ

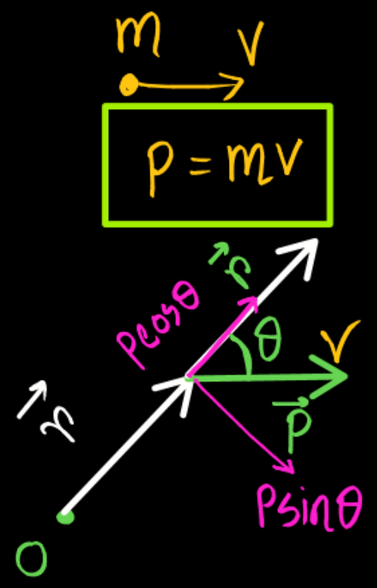
$L = I\omega$

$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

$E_R = \frac{1}{2}I\omega^2$

$= \frac{1}{2}\frac{I^2\omega^2}{I}$

$$\boxed{E_R = \frac{L^2}{2I}}$$



$m\vec{v} = \vec{p}$

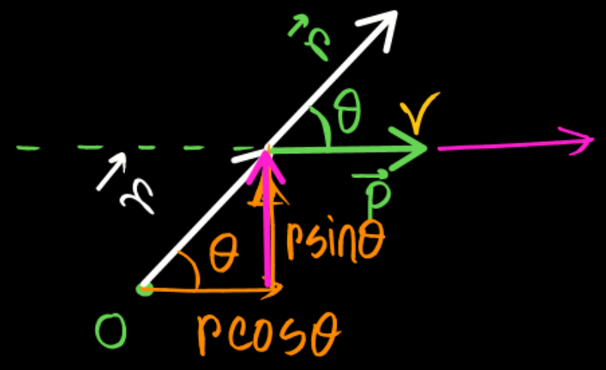
$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$= rp\sin\theta$

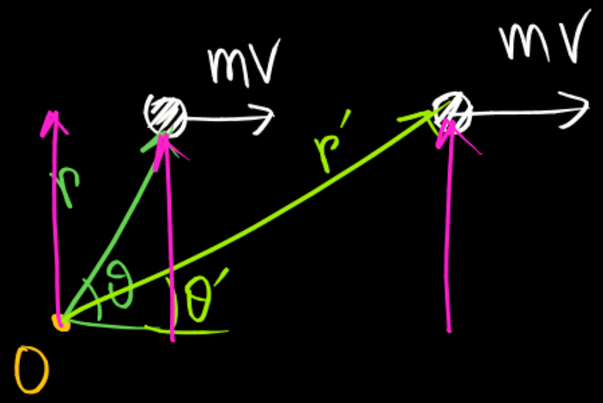
$= r(p\sin\theta)$

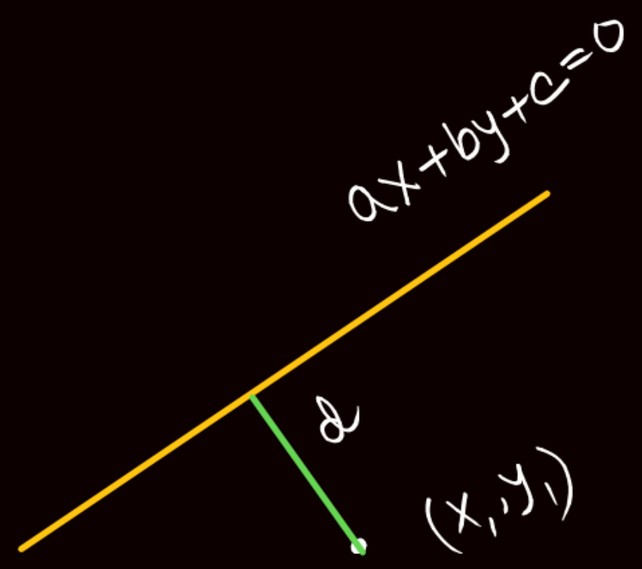
$= rP_\perp$

$$\boxed{\begin{aligned} L &= rp\sin\theta \\ &= p(r\sin\theta) \\ &= Pr_\perp \end{aligned}}$$



O বিন্দুর সাপেক্ষে কৌণিক ভরবেগ = ?





$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র

কোন বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বহিস্থ টর্কের লব্ধি শূন্য হলে, ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হবে না। অর্থাৎ, কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে

$$\vec{\tau}_{ext} = 0$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

$$\vec{L} = \text{const.}$$

$$\boxed{\vec{L}_i = \vec{L}_f}$$

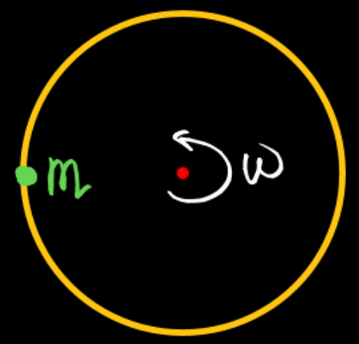
$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$I_1 \times \frac{2\pi}{T_1} = I_2 \times \frac{2\pi}{T_2}$$

$$\boxed{\frac{I_1}{T_1} = \frac{I_2}{T_2}}$$

গাণিতিক সমস্যা

R ব্যাসার্ধের একটি সুষম বৃত্তকার চাকতি নিজ অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে যার জড়তার ভ্রামক I এবং কৌণিক বেগ ω । যদি m ভরের একটি বস্তুকে চাকতির পরিধিতে খুবই ধীরে সংযুক্ত করা হয় তাহলে কৌণিক বেগ কত হবে নির্ণয় কর



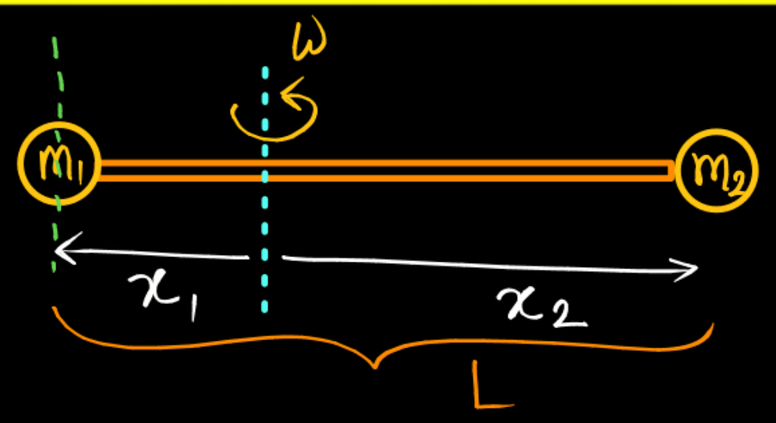
$$I_1\omega = I_2\omega'$$

$$\frac{1}{2}MR^2 \times \omega = \left[\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right]\omega'$$

$$\omega' = ?$$

গাণিতিক সমস্যা

L দৈর্ঘ্যের একটি ভরহীন রডের দুইপ্রান্তে যথাক্রমে m_1 এবং m_2 ভর যুক্ত করা আছে। পুরা ব্যবস্থাটি ভরকেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে ω কৌণিক বেগে ঘুরছে। কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।



$$(m_1+m_2)r_{cm} = m_1\times 0 + m_2 L$$

$$r_{cm} = \frac{m_2 L}{m_1+m_2} = x_1$$

$$x_2 = L - \frac{m_2 L}{m_1+m_2}$$

$$x_2 = \frac{m_1 L}{m_1+m_2}$$

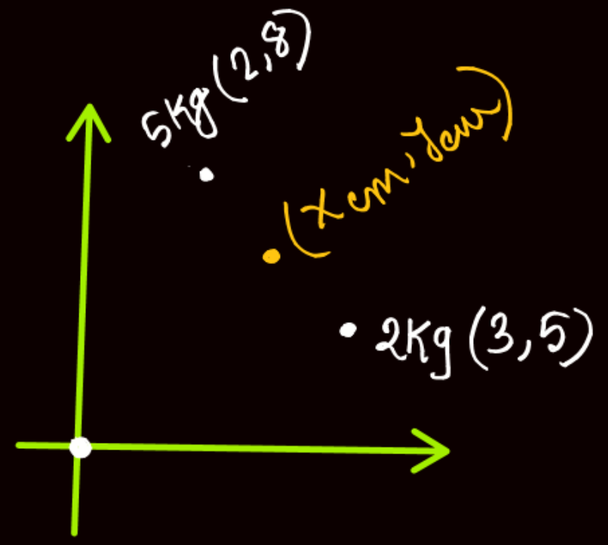
কৌণিক ভরবেগ, $L_{total} = L_1 + L_2$

$$= I_1\omega + I_2\omega$$

$$L_{total} = (m_1x_1^2 + m_2x_2^2)\omega$$

$$L_{total} = m_1 \times \frac{m_2^2L^2}{(m_1+m_2)^2} + m_2 \times \frac{m_1^2L^2}{(m_1+m_2)^2}$$

$$= \frac{m_1m_2L^2}{(m_1+m_2)^2}[m_2+m_1]$$



$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} =$$

$$y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2}$$

$17 \longrightarrow 3$

$18 \rightarrow 4$

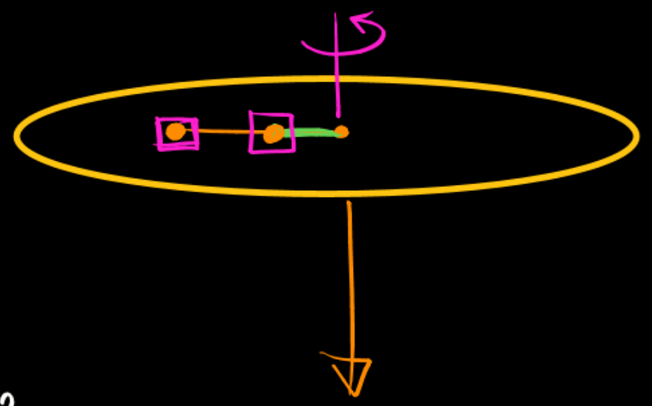
$19 \rightarrow 2$

$$\text{Avg.} = \frac{17\times3 + 18\times4 + 19\times2}{3+4+2}$$

$$(3+4+2)\,\text{Avg} = 17\times3 + 18\times4 + 19\times2$$

গাণিতিক সমস্যা

একটি বস্তুকে একটি সুতার অগ্রভাগে বাধা অবস্থায় একটি ঘর্ষণহীন টেবিলের উপর 70 cm ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 2 m/s বেগে ঘূর্ণায়মান। সুতার অপর প্রান্ত টেবিলের মধ্য দিয়ে নিচে নামানো আছে। এখন সুতাটিকে নিচের দিকে টেনে বস্তুর বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ 20 cm করা হলে বস্তুর বেগ কত হবে?



$$I_1\omega_1 = I\omega_2$$

$$mr_1^2\omega_1 = mr_2^2\omega_2$$

$$mr_1^2 \times \left(\frac{v_1}{r_1}\right) = mr_2^2 \times \left(\frac{v_2}{r_2}\right)$$

$$\cancel{m}v_1r_1 = \cancel{m}v_2r_2$$

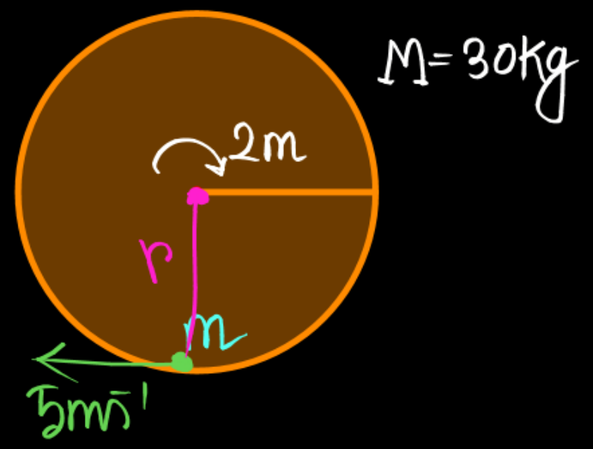
$$2 \times 70 = v_2 \times 20$$

$$v_2 = 7\,ms^{-1}$$

গাণিতিক সমস্যা

$2\ m$ ব্যাসার্ধের $30\ kg$ ভরের একটি স্থির প্ল্যাটফর্মের কিনারা থেকে 90 kg ভরের ইয়াসির স্থির অবস্থা থেকে পরিধি বরাবর $5\ ms^{-1}$ বেগে দৌড়ানো শুরু করলো। স্থির প্ল্যাটফর্মের কৌণিক বেগ কত হবে?

Top view



$L_1 = L_2$

$0 = mvr - L_p$

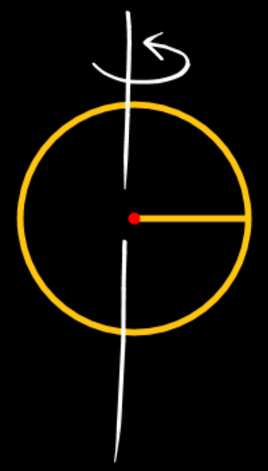
$L_p = mvr$

$I_p\omega_p = 90 \times 5 \times 2$

$\frac{1}{2} Mr^2 \times \omega_p = 900$

$\omega_p = \frac{900 \times 2}{30 \times 2^2} = 15\ rad\,s^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা



$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}MR^2\right)\times\pi^2$

$1\ kg$ ও $10cm$ ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলক কোনো একটি ব্যাসের সাপেক্ষে $\pi\ rad/s$ কৌণিক বেগে সুষমভাবে ঘুরছে। উপযুক্ত সূত্র ব্যবহার করে বস্তুটির গতিশক্তি নির্ণয় কর।

গাণিতিক সমস্যা

2 Kg ভরের একটি বস্তুর অবস্থান ভেক্টর । $\vec{r} = (\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 2\hat{k})\, m$ এবং বেগ $\vec{v} = (2\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 2\hat{k})\, m/s$ । বস্তুটির কৌণিক ভরবেগের মান নির্ণয় কর।

[BUTex' 21-22]

Ans: $4\sqrt{5}\, kgm^2s^{-1}$

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

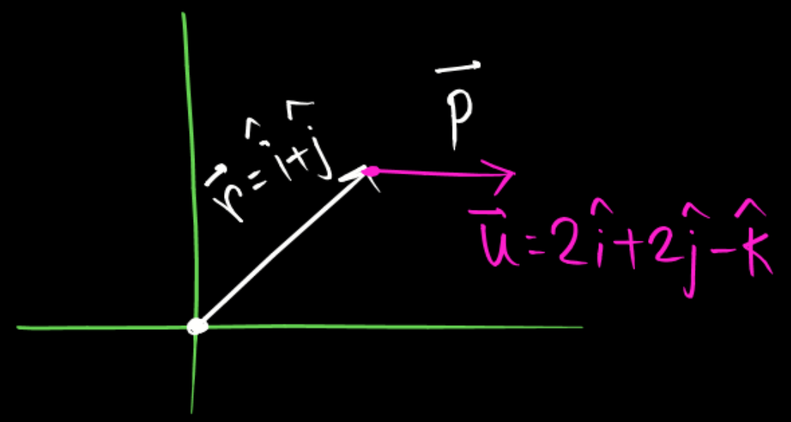
$$= 2 \times \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$=$$

গাণিতিক সমস্যা

3 Kg ভরের একটি কণার গতিবেগ $\vec{u} = 2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}$। কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{\imath} + \hat{\jmath}$ হলে মূলবিন্দু সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। [BUTex 18-19]

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$



Ans: $-3\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$

গাণিতিক সমস্যা

তিনটি স্থির বস্তু, একটি রিং, একটি নিরেট সিলিন্ডার এবং একটি নিরেট গোলক একই বাঁকা তলের উপর দিয়ে না পিছলিয়ে নিচের দিকে পড়তে থাকে। তিনটি বস্তুর ব্যাসার্ধ একই। কোন বস্তুটি সবচেয়ে বেশি বেগে ভূমিতে পৌঁছাবে?। [RUET 18-19]

Ans: $v_r < v_c < v_s$

$I = c m r^2$

$c_{ring} = 1$

$c_{sphere} = 2/5$

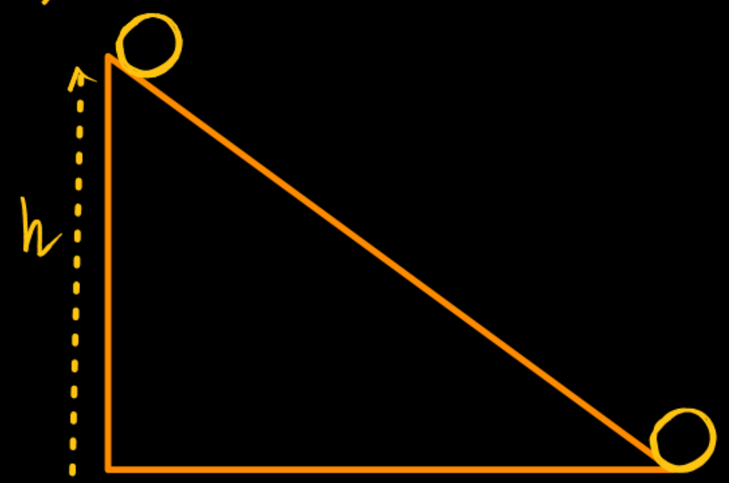
$c_{cyl} = 1/2$

$V = \sqrt{\frac{2gh}{1+c}}$

$c \uparrow \rightarrow V \downarrow$

$c_{ring} > c_{cyl} > c_{sp.}$

$V_{ring} < V_{cyl} < V_{sp.}$



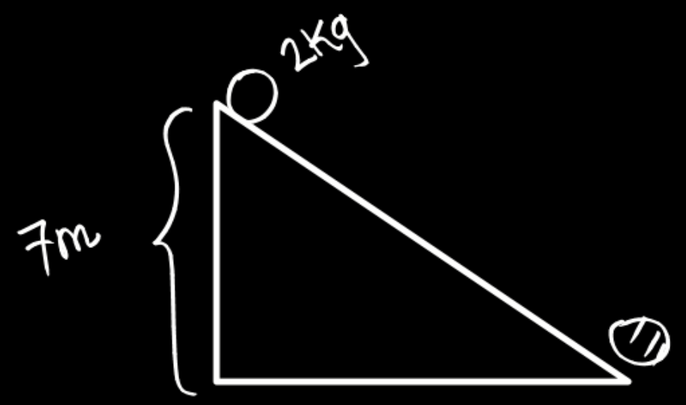
$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\, m\cancel{r^2} \times \frac{v^2}{\cancel{r^2}}$

$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}cv^2$

$V = \sqrt{\frac{2gh}{1+c}}$

গাণিতিক সমস্যা



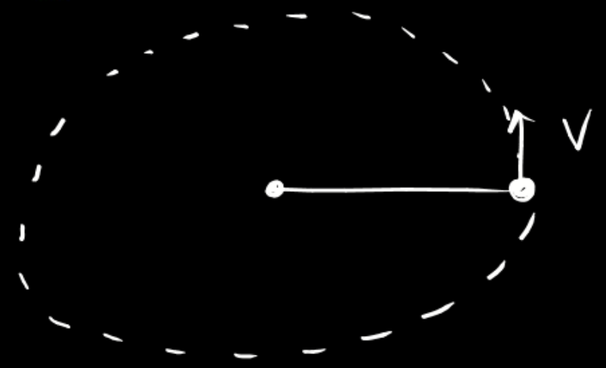
7 metre উঁচু হতে 2 kg ভরের একটি পিতলের নিরেট গোলক একটি নতি তলে গড়াতে গড়াতে ভূমিতে এসে পড়ে। ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে গোলকটির ভরকেন্দ্রের গতিশক্তি ও কৌণিক গতিশক্তি কত ছিল? [$g = 9.8\ ms^{-2}$] [BUET 04-05]

$$mgh = \boxed{\tfrac{1}{2}mv^2} + \boxed{\tfrac{1}{2}\times\tfrac{2}{5}mr^2\times\tfrac{v^2}{r^2}}$$

মোট = রৈখিক + কৌণিক

Ans: 39.2 J

MCQ



$\omega = 4 rps$

$= 4 \times 2\pi \ rad s^{-1}$

$\omega = 8\pi \ rad s^{-1}$

$I = mr^2$

$= 6 \times 10^{-3} \times 3^2$

$L = I\omega$

$L = 6 \times 10^{-3} \times 3^2 \times 8\pi$

The mass of a metallic sphere is 6 g, it is fastened at one end of a thread of length of 3 m and is rotated 4 times per second. What is its angular momentum? [IUT 21-22]

(a) 2.356 kgm^2s^{-1}

(b) 1.356 kgm^2s^{-1}

(c) 1.984 kgm^2s^{-1}

(d) 2.784 kgm^2s^{-1}

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

বোরের হাইড্রোজেন পরমাণু মডেলে একটি ইলেক্ট্রন একটি প্রোটনের চারিদিকে 5.2×10^{-11} m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে 2.18×10^{6} ms^{-1} বেগে প্রদক্ষিণ করে। ইলেক্ট্রনের ভর 9.1×10^{-31} kg হলে কেন্দ্রমুখী বল কত হবে? [BUET 12-13]

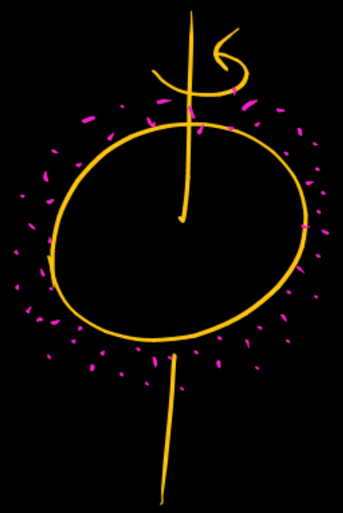
(a) 3.81×10^{-6} N

(b) 8.32×10^{-8} N ✓

(c) 2.17×10^{-47} N

(d) 1.25×10^{-26} N

MCQ



পৃথিবী-পৃষ্ঠের ওপরে কোন বায়ুমন্ডল না থাকলে একটি দিবসের সময়ের ব্যাপ্তি- [BUET 11-12]

(a) হ্রাস পাবে

(b) বৃদ্ধি পাবে

(c) একই থাকবে

(d) আবহাওয়ার ওপর নির্ভর করবে

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$\frac{I_1}{T_1} = \frac{I_2}{T_2}$$

$$\downarrow I \propto T \downarrow$$

$\omega = 0 + \alpha \times 10$

$\omega = \frac{\tau}{I} \times 10$

$= \frac{25}{5} \times 10$

$\omega = 50$

$\tau = 25\,Nm$

$I = 5\,kgm^2$

$E_R = \frac{1}{2} I \omega^2$ (10)

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 50^2$

A flywheel is being driven from rest by an electric motor with a constant torque of 25 Nm. The moment of inertia of the flywheel is 5 kg m^2. What is the kinetic energy of the flywheel after 10 sec? [IUT 21-22]

(a) 6250 J

(b) 7250 J

(c) 5550 J

(d) 7238 J

$$E = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\times\omega^2 + \frac{1}{2}m(\omega r)^2$$

$$E = \frac{1}{4}\times 5\times 0.25^2\times 50^2 + \frac{1}{2}\times 5\times(50\times 0.25)^2$$

$$=$$

5 kg ভর ও 0.25 m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বেলুন 50 rad/s কৌণিক বেগে গড়াতে থাকলে তার গতিশক্তি কত? [CUET 15-16]

(a) 0.078 J

(b) 390.63 J

(c) 0.78 J

(d) 585.94 J ✓

MCQ

$I \qquad 2I$

$$\frac{L_1^2}{2I} = \frac{L_2^2}{4I}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

নিজ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে দুটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I এবং 2I। যদি তারের ঘূর্ণন গতিশক্তি সমান হয়, তাদের কৌণিক ভরবেগের অনুপাত কত? [CUET 14-15]

(a) 1 : 2

(b) $\sqrt{2}$: 1

(c) 1 : $\sqrt{2}$

(d) 2 : 1

MCQ

$$F_1 = F_2$$

$$\frac{S_1^2}{R} = \frac{S_2^2}{3R}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

A car is being driven on a road having two distant circular bends B_1 and B_2 of radius R and 3R respectively. If S_1 is the speed of the car at the bend B_1 and S_2 is the speed at the bend B_2 what should the ratio $\boxed{S_1 / S_2}$ be so that the centripetal forces at both bends are equal?[IUT 18-19]

(a) 1

(b) $\sqrt{3}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\omega = \frac{2\pi N}{t}$$

$$T = m\omega^2 r$$

$$= \frac{50}{1000} \times \left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 \times 3$$

50 gm ভর বিশিষ্ট একটি বস্তুকে 3 m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 5 সেকেন্ডে 20 টি পূর্ণ আবর্তন করলে সুতার টান কত? [KUET 16-17]

(a) 0.947 N

(b) 9.47 N

(c) 20 N

(d) 50 N

(e) 94.75 N ✓

MCQ

একটি ইলেকট্রন পরমাণুর নিউক্লিয়াসের চতুর্দিকে 1.1Å ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে 4×10^6 m/s বেগে প্রদক্ষিণ করে। ইলেকট্রনের কেন্দ্রমুখী বলের মান কত? [KUET 15-16]

(a) 1.51×10^{-7} N

(b) 1.32×10^{-7} N

(c) 1.32×10^{-7} J

(d) 2.32×10^{-8} N

(e) 1.68×10^{-5} J

MCQ

0.150 kg ভরের একটি পাথর খন্ডকে 0.75 m লম্বা সুতার একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরালে সুতার উপর টান নির্ণয় কর। [KUET 11-12]

(a) 9.99 N

(b) 9.90 N

(c) 9.99 kN

(d) 9.95 N

(e) 9.98 N

A stone of mass 250 g is tied to the end of string of length 1.0 m. It is whirled in a horizontal circle with a frequency of 30 rev/min. What is the tension in the string? [IUT 08-09]

(a) $\frac{\pi^2}{4} N$

(b) $\frac{\pi}{2}$ N

(c) π^2 N

(d) $2\pi^2$ N

গাণিতিক সমস্যা

একটি তামার গোলকের ভর 6g। এটিকে 3m দীর্ঘ একটি সুতার সাহায্যে প্রতি সেকেন্ডে এ 4 বার ঘুরানো হচ্ছে। গোলকটির কৌণিক ভরবেগ কত? [Ref: সেলু স্যার]

Ans: $1.356\ kgm^2s^{-1}$

$I\omega$

$L = mr^2 \times (2\pi \times 4)$

গাণিতিক সমস্যা

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ যদি কোনো কারণে হঠাৎ সংকুচিত হয়ে বর্তমান মানের অর্ধেক হয়ে যায় তাহলে দিনের দৈর্ঘ্য কীরূপ পরিবর্তন হবে? [Ref: সেলু স্যার]

Ans: 6 hr হবে

ভর same

$$\frac{T_1}{T_1} = \frac{T_2}{T_2}$$

$$\frac{R_1^2}{24} = \frac{R_2^2}{T_2}$$

$$\frac{R_1^2}{24} = \frac{R_1^2}{4 \times T_2}$$

$$T_2 = \frac{24}{4} = 6\,hr$$

গাণিতিক সমস্যা

40 kg ভরের একটি বালক নাগরদোলায় চড়ে 20 m ব্যাসের বৃত্তাকার পথে 6 rpm কৌণিক বেগে ঘুরছে। বালকটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। [Ref: ইসহাক স্যার]

Ans: $2.512 \times 10^3 kgm^2s^{-1}$

গাণিতিক সমস্যা

60 kg ভরের একজন নৃত্যশিল্পী দু'হাত প্রসারিত করে মিনিটে 20 বার ঘুরতে পারেন। কিন্তু একটি সঙ্গীতের সাথে তাল মেলানোর জন্য তাঁকে মিনিটে 30 বার ঘুরতে হবে। সেক্ষেত্রে নৃত্যশিল্পীর ঘূর্ণন জড়তা কীরূপ পরিবর্তন করতে হবে? [Ref: প্রামাণিক স্যার]

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$I_1 \times \frac{2\pi \times 20}{60} = I_2 \times \frac{2\pi \times 30}{60}$$

$$I_2 = \frac{2}{3} \times I_1$$

Ans: $I_2 = I_1 \times \frac{2}{3}$

গাণিতিক সমস্যা

H.W.

m ভরের একটি বস্তু সুতার অগ্রভাগে বাঁধা অবস্থায় একটি ঘর্ষণহীন টেবিলের উপর 0.60m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 2.4 ms^{-1} বেগে ঘূর্ণায়মান। সুতার অপর প্রান্ত টেবিলের মধ্যে একটি ছিদ্র দিয়ে নামানো আছে। এখন সুতাটিকে নিচের দিকে টেনে বস্তুর বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ 0.4m করা হলে বস্তুর বেগ কত হবে? [Ref: গিয়াস স্যার]

Ans: $v_2 = 3.6\ m/s$

গাণিতিক সমস্যা

শুরুতে স্থির অবস্থায় রক্ষিত একটি চাকায় 20 N-m মানের একটি টর্ক প্রয়োগ করা হলো। 3 s পরে চাকাটির কৌণিক ভরবেগ কত হবে? [Ref: রমা স্যার]

Ans: 60 kgm^2s^{-1}

$\omega_f = \alpha \times 3$

$\alpha = \frac{\omega_f}{3}$

$\tau = I\alpha$

$20 = \frac{I\omega_f}{3}$

$I\omega_f = 20 \times 3 = 60$

গাণিতিক সমস্যা

$R_f = 0.99 R_i$

যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 1% কমে যায়, তবে দিনের দৈর্ঘ্য কতটা পরিবর্তন হবে? ধরা যাক, পৃথিবী একটি সুষম গোলক এবং এর জড়তার ভ্রামক $I = \frac{2}{5}MR^2$, M = ভর এবং R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। [Ref: রমা স্যার]

Ans: 14 min 24 s হ্রাস পাবে

গাণিতিক সমস্যা

একটি সিলিন্ডারের ভর 50 kg এবং ব্যাসার্ধ 0.20 m। সিলিন্ডারটির অক্ষের সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক 1.0 kg m^2। সিলিন্ডারটি যখন 2 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকভাবে গড়াতে থাকে তখন তার মোট গতিশক্তি কত হবে?

[Ref: তপন স্যার]

মোট গতিশক্তি=

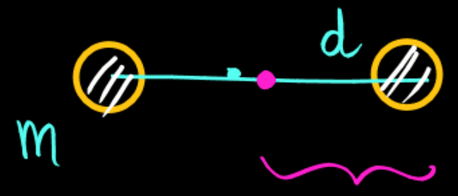
$= \frac{1}{2} \times 50 \times 2^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} 50 \times 0.2^2 \times \frac{2^2}{0.2^2}$

$= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$

Ans: 150 J

গাণিতিক সমস্যা

একটি দ্বি-পারমাণবিক অক্সিজেন অণু বিবেচনা করো। এ অণুটি তার কেন্দ্র দিয়ে দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে অতিক্রমকারী Z-অক্ষের সাপেক্ষে XY-সমতলে ঘূর্ণনশীল। দুটি অক্সিজেন পরমাণুর গড় দূরত্ব 1.21×10^{-10} m এবং প্রত্যেকটি পরমাণুর ভর 2.77×10^{-26} kg হলে Z-অক্ষের সাপেক্ষে অণুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করো। Z-অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক বেগ 2.0×10^{12} rad s^{-1} হলে অণুটির ঘূর্ণন গতিশক্তি কত? [Ref: তপন স্যার]



$$I = 2 \times m\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$= 2 \times 2.77 \times 10^{-26} \times \left(\frac{1.21 \times 10^{-10}}{2}\right)^2$$

$$E = \frac{1}{2} I \times (2 \times 10^{12})^2$$

Ans: $2.03 \times 10^{-46} kgm^2; 4.06 \times 10^{-23} J$

15 kg ভরের একটি নিরেট চোঙ নিজ অক্ষ সাপেক্ষে 50 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘুরছে। চোঙটির ব্যাসার্ধ 0.20 m। চোঙটির ঘূর্ণন গতিশক্তি এবং কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। [Ref: ইসহাক স্যার]

Ans: $375\ J; 15\ kgm^2s^{-1}$

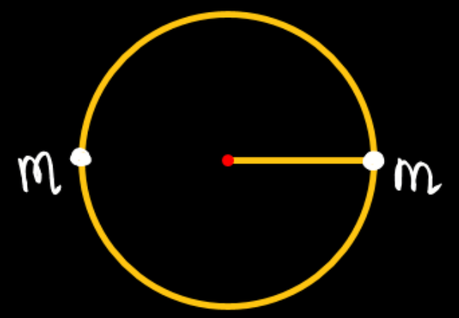
M ভরের একটি বৃত্তাকার ডিস্কের প্রাথমিক কৌণিক বেগ ω_1। যদি m ভরের দুটি বস্তুকে ডিস্কের ব্যাসের দুই প্রান্তে স্থাপন করা হয় তাহলে ডিস্কের কৌণিক বেগের মান কতো হবে?

a) $\left(\frac{M+m}{M}\right)\omega_1$

b) $\left(\frac{M+m}{m}\right)\omega_1$

c) $\left(\frac{M}{M+4m}\right)\omega_1$ ✓

d) $\left(\frac{M}{M+2m}\right)\omega_1$



$$L_i = L_f$$

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

$$\frac{1}{2}M\cancel{r^2} \times \omega_1 = \left(\frac{1}{2}M\cancel{r^2} + 2\times m\cancel{r^2}\right)\omega_f$$

$$\omega_f = \frac{\frac{1}{2}M\omega_1}{\frac{1}{2}M+2m} = \frac{M\omega_1}{M+4m}$$

একটি বৃত্তাকার গতিসম্পন্ন কণার কৌণিক বেগ দ্বিগুণ ও গতিশক্তি অর্ধেক করলে এর পরিবর্তিত কৌণিক ভরবেগ কতো হবে?

a) L/4 ✓

b) 2L

c) 4L

d) L/2

ω

E

L

$E = \frac{1}{2} I \omega^2$

$E = \frac{1}{2} I \omega \times \omega$

$E = \frac{1}{2} L \omega$

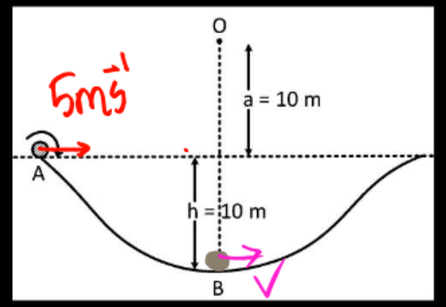
$L_i = \frac{2E_i}{\omega_i}$

$L_f = \frac{2E_f}{\omega_f}$

$= \frac{\cancel{2} \times \frac{E_i}{2}}{\cancel{2}\omega_i}$

$L_f = \frac{2E_i}{\omega_i} \times \frac{1}{4} = \frac{L_i}{4}$

MCQ



চিত্রের A বিন্দু থেকে একটি 20g ভরের বস্তুকে প্রাথমিক 5m/s বেগে ঢালু পথে ছেড়ে দেওয়া হলো। A বিন্দুটি B বিন্দু থেকে h উচ্চতায় অবস্থান করছে। বস্তুটি ঘর্ষণবিহীন তলে পিছলিয়ে নামতে থাকে। বস্তুটি যখন B বিন্দুতে পৌছায়, তখন O এর সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ কতো হবে? (Take $g = 10m/s^2$)

a) $6\ kg - m^2/s$

b) $8\ kg - m^2/s$

c) $2\ kg - m^2/s$

d) $3\ kg - m^2/s$

$\frac{1}{2}m5^2 + mg10 = \frac{1}{2}mv^2$

$\frac{v^2}{2} = 100 + \frac{25}{2}$

$v^2 = 200 + 25$

$v = 15$

$L = Pr_\perp$

$= mv_B \times (10+10)$

$= \frac{20}{1000} \times v_B \times 20$

$= 6\ kgm^2/s$

MCQ

একটি m = 2 ভরের কণার সময়ের সাথে অবস্থানের সম্পর্ক নিম্নরূপ-

$$\vec{r}(t) = 2t\hat{\imath} - 3t^2\hat{\jmath}$$

$t = 2$ সময়ে অক্ষের সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ কতো?

a) $36\,\hat{k}$

b) $-48\hat{k}$

c) $-34(\hat{k} - \hat{\imath})$

d) $48(\hat{\imath} + \hat{\jmath})$

$\vec{r} = 2t\hat{i} - 3t^2\hat{j}$

$V = \frac{dr}{dt} = 2\hat{i} - 6t\hat{j}$

$V_{2s} = 2\hat{i} - 12\hat{j}$

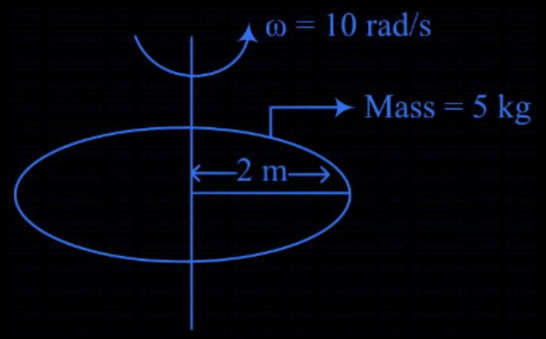
$r_2 = 4\hat{i} - 12\hat{j}$

$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{V})$

$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -12 & 0 \\ 4 & -24 & 0 \end{vmatrix}$

$=$

MCQ



মনে করো 5kg ভরের ও 2m ব্যাসার্ধ্যের একটি ডিস্ক 10rad/s কৌণিক বেগে এর নিজের কেন্দ্রগামী ও তলের সাথে লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে। ঠিক একইরকম আরেকটি ডিস্ক ওই একই অক্ষের সাপেক্ষে আগের ডিস্কটির ওপর আস্তে করে রেখে দেওয়া হলো। ডিস্ক দুটি একে অন্যের সাথে স্লিপ না করে একসাথে ঘুরা শুরু করলে যেই পরিমান শক্তি লস হয় তার মান কত J ?

a) 130

b) 210

c) 250 ✓

d) 360

$I_1\omega_1 = (I_1 + I_2)\omega$

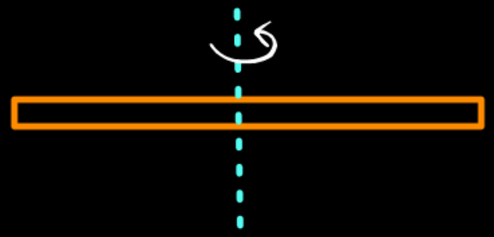
$\frac{1}{2}\times 5\times 2^2\times 10 = (\frac{1}{2}\times 5\times 2^2)\times 2\times\omega$

$\omega = 5\ rad\,s^{-1}$

$\Delta E = \frac{1}{2}I_1 10^2 - \frac{1}{2}\times 2I_1\times 5^2$

$=$

MCQ



একটি পাতলা রড এর কেন্দ্রগামী ও দৈর্ঘ্যের সাথে লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে ω কৌণিক বেগে ঘুরছে, যেখানে রডের দৈর্ঘ্য 2m, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A এবং ঘনত্ব d। যদি ω এর মান ঘুর্ণন গতিশক্তি E এর সাহায্যে প্রকাশ করা হয় তাহলে এর মান হয় $\boxed{\sqrt{\frac{\alpha E}{Ad}}}$। α এর মান কতো?

a) 3

b) 7

c) 22

d) 34

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{12} m L^2 \times \omega^2$$

$$= \frac{1}{24} \times d \times A \times L \times L^2 \times \omega^2$$

$$E = \frac{1}{\cancel{24}\,3} d \times A \times \cancel{8} \times \omega^2$$

$$E = \frac{1}{3} A d \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3E}{Ad}}$$

$$\alpha = 3$$

MCQ

10 kg ভরের একটি

একটি 20cm ব্যাসার্ধের সলিড ডিস্ক 600rpm কৌণিক বেগে এর কেন্দ্র গামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে। ঘুর্ণনরত ডিস্কটিকে 10s এ স্থির করার জন্য $x\pi \times 10^{-1} Nm$ টর্ক প্রয়োগ করতে হলে x এর মান কতো?

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

$\omega_i = \frac{600 \times 2\pi}{60} = rad s^{-1}$

$= 20\pi \, rad s^{-1}$

$\omega_f = 0$

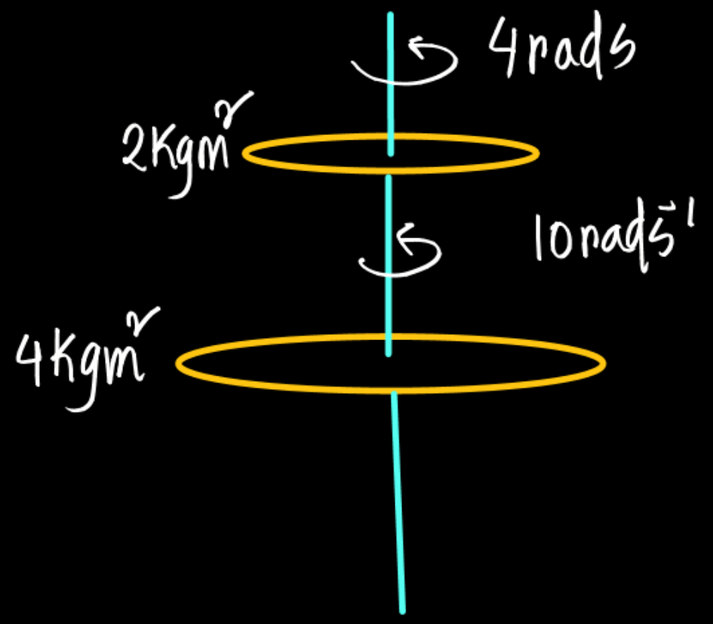
$\alpha = \frac{20\pi}{10s} = 2\pi$

$I = \frac{1}{2} m (0.2)^2$

$\tau = I\alpha$

$\tau = \frac{1}{2} \times 10 \times (0.2)^2 \times 2\pi$

MCQ



$L_i = L_f$

$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = (I_1+I_2)\omega$

$2\times4 + 4\times10 = (2+4)\omega$

$\omega = 8$

$\Delta E = \frac{1}{2}\times4\times10^2 + \frac{1}{2}\times2\times4^2 - \frac{1}{2}(4+2)\times8^2$

$= 200+16-192$

$= 24\,J$

দুটি ডিস্ক, যাদের জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে $I_1 = 4kgm^2$ ও $I_2 = 2kgm^2$, এরা তাদের কেন্দ্র দিয়ে লম্বভাবে গমণকারী অক্ষের সাপেক্ষে যথাক্রমে 10rad/s ও 4rad/s বেগে ঘুরছে। এদেরকে একে অন্যের সাথে এমনভাবে Face to Face করা হলো যেন এদের অক্ষ দুটির একটি অপরটির সাথে মিলে যায়। এই প্রসেসের মধ্য দিয়ে কতো J গতিশক্তি লস হয়?

a) 12

b) 18

c) 22

d) 24 ✓

MCQ

$1x+(-1)y+4=0$

a b c

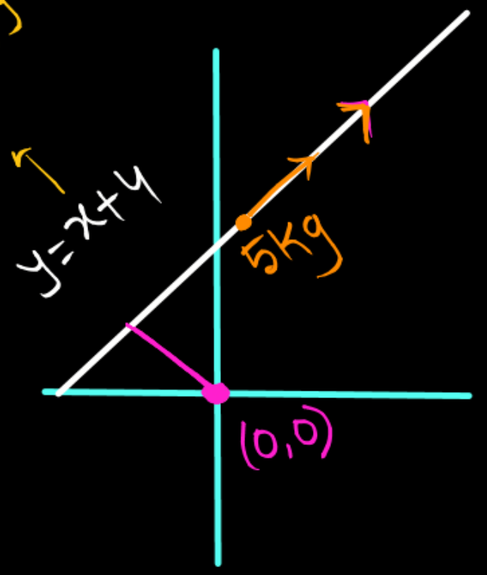
একটি 5kg ভরের বস্তু X-Y সমতলে অবস্থিত লাইন $y = x + 4$ অনুসরণ করে $3\sqrt{2}\ ms^{-1}$ বেগে চলতে থাকে। বস্তুটির মূলবিন্দুর সাপেক্ষে কৌণিক ভরবেগ কতো kgm^2/s?

a) 65

b) 32

c) 60

d) 40



(0,0) বিন্দু থেকে $y=x+4$ সরলরেখার উপর লম্ব দূরত্ব

$$= \left|\frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right| = \left|\frac{1\times0+(-1)\times0+4}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}\right| = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$L = Pr\sin\theta$$
$$= Pr_\perp$$
$$= 5\times3\sqrt{2}\times\frac{4}{\sqrt{2}}$$
$$L = 60\ kgm^2s^{-1}$$

একটি m ভরের বস্তুর t সময়ে চলার পথ নিম্নরূপ-

$$\vec{r} = 10\alpha t^2\hat{i} + 5\beta(t-5)\hat{j}$$

যেখানে α ও β ধ্রুবক। t = x সময়ে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ t = 0 সময়ের কৌণিক ভরবেগের সমান হলে x এর মান কতো?

a) 10

b) 12

c) 14

d) 24

$$\vec{r} = 10\alpha t^2\hat{i} + 5\beta(t-5)\hat{j}$$

$$\vec{V} = 20\alpha t\hat{i} + 5\beta\hat{j}$$

$$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$$

$$= m\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 10\alpha t^2 & 5\beta(t-5) & 0 \\ 20\alpha t & 5\beta & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{L} = \hat{k}\left[\underbrace{50\alpha\beta t^2 - 100\alpha\beta t(t-5)}_{0}\right]m$$

$t = 0$

$$\cancel{50}\alpha\beta t^2 = \cancel{100}^{2}\alpha\beta t(t-5)$$

$$t^2 = 2t(t-5)$$

$$t = 2t - 10$$

$$t = 10\,\text{sec.}$$

MCQ

$L_i = L_f$

$E = \frac{L^2}{2I}$

$\frac{E_i}{E_f} = \frac{I_f}{I_i} = \frac{3I_i}{I_f}$

$\frac{E_i}{E_f} = 3$

একটি বৃত্তাকার প্লেট এর কেন্দ্রগামী এবং প্লেটের সাথে লম্ব বরাবর অবস্থিত অক্ষের সাপেক্ষে ω কৌণিক বেগ নিয়ে আনুভূমিক তলে ঘুরছে। একজন ব্যাক্তি দুইটি ডাম্বেল হাতে নিয়ে এর কেন্দ্রে বসে আছে। যখন লোকটি তার হাত প্রসারিত করে, তখন সিস্টেমটির জড়তা তিনগুণ হয়ে যায়। যদি সিস্টেমটির প্রাথমিক ও শেষ গতিশক্তির অনুপাত $\frac{E}{x}$ হয় তাহলে x এর মান কতো?

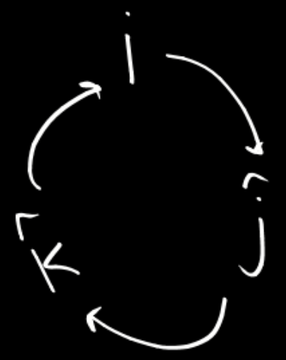
a) 1.2

b) 3 ✓

c) 4.8

d) 7

MCQ



$$\vec{r} \times m\vec{v}$$

$$= (3\hat{i} - \hat{j}) \times (3\hat{j} + \hat{k})$$

$$= 9\hat{k} - 3\hat{j} - \hat{i}$$

$$= -\hat{i} - 3\hat{j} + 9\hat{k}$$

$$|L| = \sqrt{1^2 + 3^2 + 9^2}$$

$$= \sqrt{91} \Rightarrow x = 91$$

একটি 1kg ভরের বস্তুর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = (3\hat{\imath} - \hat{\jmath})m$ এবং এর বেগ $\vec{v} = (3\hat{\jmath} + \hat{k})m/s$। এর কৌণিক ভরবেগের মান $\sqrt{x}Nm$ হলে x এর মান কতো?

a) 66

b) 85

c) 89

d) 91

MCQ

$L_i = L_f$

রডের আদি কৌনিক ভরবেগ

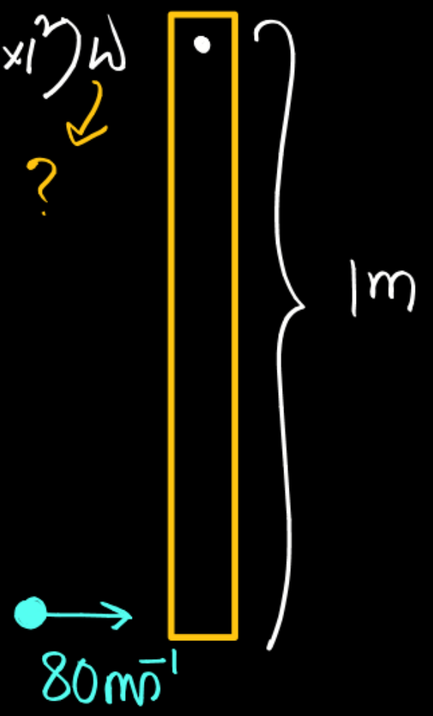
$0.1 \times 80 \times 1 + 0 = (0.1 \times 1^2 + \frac{1}{3} \times 0.9 \times 1^2)\omega$

?

$\omega =$

$mvr + 0 = (mr^2 + \frac{1}{3}mL^2)\omega$

L L



একটি 0.9kg ভরের ও 1m দৈর্ঘ্যের পাতলা রডের এক প্রান্ত এমনভাবে আটকিয়ে রডটি ঝুলানো আছে যেন এর অপর প্রান্ত মুক্তভাবে Oscillate করতে পারে। একটি 0.1kg ভরের ও 80 m/s বেগে গতিশীল কণা সরলরেখা বরাবর রডের নিচের প্রান্তকে এমনভাবে আঘাত করে ও আঘাত করে রডের সাথে লেগে থেকে যায়। আঘাতের পর রডের কৌণিক বেগ কতো হবে?

a) 10

b) 20

c) 30

d) 40

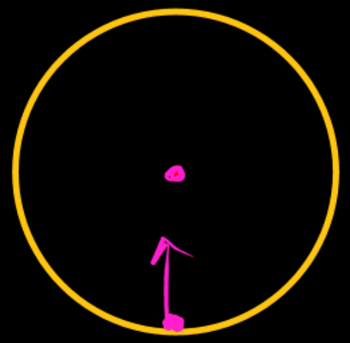
80kg ভরের একজন মানুষ একটি 200kg ভরের ও 5 rpm বেগে ঘুর্ণনরত বৃত্তাকার প্লাটফর্মের কিনারায় দাঁড়িয়ে আছে। মানুষটি এবার প্লাটফর্মটির কেন্দ্রের দিকে যাওয়া শুরু করলো। মানুষটি যখন কেন্দ্রে পৌছালো তখন প্লাটফর্মটির ঘুর্ণনগতি কতো হলো?

a) 3 rpm

b) 7 rpm

c) 9 rpm

d) 14 rpm



$$L_i = L_f$$

$$\left(\frac{1}{2}M\cancel{r^2} + m\cancel{r^2}\right)\times 5 = \frac{1}{2}M\cancel{r^2}\times\omega$$

$$\left(\frac{200}{2} + 80\right)5 = \frac{1}{2}\times 200\times\omega$$

$$\omega = 9\,\text{rpm}$$